

Η δύναμη της τεχνολογίας η οποία διαμορφώνει όλα σχεδόν τα γνωστικά αντικείμενα επηρεάζει επίσης σε βάθος τη διδασκαλία και τη μάθησή τους (Παραφράζοντας αντίστοιχη έκφραση των Noss & Hoyles, 1996b για τα Μαθηματικά).

Κεφάλαιο 1 : Οι δυνατότητες των ΤΠΕ στη διδασκαλία και στη μάθηση

1.1.Οι Η/Υ ως διδακτικά εργαλεία ή ως εργαλεία σκέψης;

Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε τα πρώτα χρόνια στην εκπαίδευση δεν είχε σχεδιασθεί ειδικά για τις ανάγκες της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθητών. Προς το τέλος της δεκαετίας του 1960 κατασκευάστηκε εκπαιδευτικό λογισμικό (Plato programs) που έτρεχε μόνο σε μεγάλους υπολογιστές τύπου main frame (Karut, 1992). Οι μορφές εκπαιδευτικού λογισμικού που παραγόταν εκείνη την εποχή ήταν παιχνίδια, προσομοιώσεις και διδακτικά υλικά. Τα διδακτικά υλικά, κυρίως αποτελούνταν από σειριακές παρουσιάσεις των εννοιών που επιλέγονταν για διδασκαλία. Η αλληλεπίδραση του μαθητή με το πρόγραμμα ήταν περιορισμένη. Ο μαθητής μπορούσε μόνον να προχωρήσει μια σελίδα μπρος ή πίσω ή να γυρίσει στον πίνακα περιεχομένων του μαθήματος. Οι δραστηριότητες που παρέχονταν στο μαθητή έμοιαζαν με αυτές που περιέχονται στα σχολικά βιβλία. Αυτά τα διδακτικά υλικά συνοδεύονταν συνήθως από ένα σύστημα αξιολόγησης της απάντησης του μαθητή, το οποίο εκφραζόταν με σχόλια επιβράβευσης ή με κάποια παρότρυνση προς το μαθητή να συνεχίσει, στην περίπτωση που έκανε λάθος. Λίγο αργότερα (στη δεκαετία του 1970) έγινε μια προσπάθεια αντικατάστασης του δάσκαλου από τον υπολογιστή. Κατασκευάστηκαν τότε εκπαιδευτικά προγράμματα που προσπαθούσαν να προσομοιώσουν τους παραδοσιακούς τρόπους διδασκαλίας και τα παραδοσιακά συστήματα αναπαράστασης δηλαδή τα συστήματα που χρησιμοποιούσαν τα "αδρανή" μέσα με κύριο εκπρόσωπό τους το περιβάλλον χαρτί-μολύβι (Karut, 1992). Ο τρόπος αλληλεπίδρασης με αυτά τα προγράμματα του ηλεκτρονικού υπολογιστή προσπαθούσε να μιμηθεί την αλληλεπίδραση μαθητή - δάσκαλου. Οι σχεδιαστές λογισμικού έφτιαχναν μια δομή του αντικειμένου μάθησης, έκαναν υποθέσεις που αφορούσαν στο μαθητή και στην αλληλεπίδρασή του με το δάσκαλο με ένα παραδοσιακό τρόπο. Δεν έπαιρναν υπ' όψη τους τις δυνατότητες των υπολογιστών και το πως αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην εκπαίδευση. Η ποιότητα των δραστηριοτήτων που αυτά τα προγράμματα υποστήριζαν ήταν τύπου εκγύμνασης και εξάσκησης (drill and practice)(Becker, 1990). Στη διάρκεια της δεκαετίας του 1980 και μέχρι σήμερα κατασκευάστηκαν προγράμματα λογισμικού που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως γνωστικά περιβάλλοντα και να δώσουν νέες διαστάσεις στην εκπαίδευση.

Σήμερα οι υπολογιστές υπάρχουν σχεδόν σε κάθε σπίτι, έχουν εισαχθεί στα σχολεία και γενικά έχουν οδηγήσει την εκπαίδευση σε μια νέα εποχή. Ιδιαίτερα οι δυνατότητες των

προσομοιώσεων και των μικροκόσμων ανοίγουν στους μαθητές δυνατότητες να εξερευνήσουν πραγματικά συστήματα και να κάνουν έλεγχο υποθέσεων με παραγωγικό ή επαγωγικό τρόπο. Χρησιμοποιώντας τις προσομοιώσεις και την αναγνώριση προτύπων σε συνδυασμό με το στοιχείο της δυνατότητας αλληλεπίδρασης οι μαθητές μπορούν να αναπτύξουν μοντέλα ανάλυσης ή πρόβλεψης που χαρακτηρίζονται από διανοητικές εικόνες και δράσεις όπως και λογική σκέψη (Janvier, 1987c).

1.2. Οι Η/Υ ως γνωστική τεχνολογία

Αρκετοί ερευνητές υποστήριξαν, ότι ο υπολογιστής μπορεί να παίξει σημαντικό ρόλο στη γνωστική ανάπτυξη των μαθητών κατά τη διαδικασία της μάθησης και χαρακτήρισαν ορισμένα περιβάλλοντα λογισμικού ως γνωστικά περιβάλλοντα (Hillel, 1993; Dorfler, 1993; Laborde, 1993; Dreyfus, 1993). Ο εσωτερικός γνωστικός χαρακτήρας που δύναται να εμπεριέχεται στα περιβάλλοντα μάθησης που δημιουργούνται με τη βοήθεια των ΤΠΕ είναι μοναδικός, σε σύγκριση με άλλα μαθησιακά υλικά (Balacheff & Kaput, 1996, σελ. 469). Ο υπολογιστής όπως αναφέρει η Hoyles (1987) ίσως είναι το μοναδικό μέσο που επιτρέπει στο μαθητή να κατασκευάσει γραφικές αναπαραστάσεις, να βλέπει τα αποτελέσματα των κατασκευών του να τα διαχειρίζεται και να τα τροποποιεί χρησιμοποιώντας τα σε πιο έξυπνους και περίτεχνους (sophisticated) σχεδιασμούς.

Οι Η/Υ μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως γνωστική τεχνολογία με βάση τις εφαρμογές γενικού σκοπού όπως και με τη χρήση ειδικά σχεδιασμένων αλληλεπιδραστικών περιβαλλόντων μάθησης. Μια σειρά από προγράμματα γενικού σκοπού μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως γνωστικά εργαλεία όπως α) οι βάσεις δεδομένων β) τα λογιστικά φύλλα γ) τα σημασιολογικά δίκτυα (concept maps) δ) τα έμπειρα συστήματα ε) λογισμικό υπερμέσων ή πολυμέσων ε) περιβάλλοντα συνεργατικής κατασκευής γνώσης στ) οι γλώσσες προγραμματισμού ζ) οι μικρόκοσμοι.

Η επιθυμητή χρήση των υπολογιστικών γνωστικών εργαλείων από τους μαθητές είναι προκειμένου να μπορούν να εκφράσουν και να αναπαραστήσουν τη γνώση τους μέσα από διαδικασίες σχεδιασμού επίλυσης προβλημάτων. Προκειμένου να σχεδιάσουν τις στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων χρησιμοποιώντας τους υπολογιστές, οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν τις αναλυτικές δυνατότητες των Η/Υ, τις δυνατότητες προσπέλασης σε πληροφορίες, και στη συνέχεια την ερμηνεία της πληροφορίας, την οργάνωση και την αναπαράστασή της προκειμένου να την επικοινωνήσουν με άλλα άτομα (πχ οι συμμαθητές ή ο καθηγητής της τάξης).

Παρά το ότι τα προγράμματα που προαναφέρθηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως γνωστικά εργαλεία και να βοηθήσουν τους μαθητές να εξελίσσουν τη γνώση τους η χρήση τους και μόνον δεν εγγυάται αλλαγές στη μαθησιακή κατάσταση των μαθητών. Καμιά ενδιαφέρουσα επίδραση δεν πρέπει να αναμένεται όταν καλούμε τους μαθητές να φέρουν σε πέρας μια δραστηριότητα παλιού τύπου και μάλιστα με τρόπο που να διευκολύνεται ή να επιταχύνεται η εκτέλεση της δραστηριότητας με τη χρήση της τεχνολογίας. Η δραστηριότητα αυτή καθ' αυτή πρέπει να αλλάξει (Salomon, et al. 1991). Ως παραδείγματα παλιού τύπου δραστηριοτήτων αναφέρονται η χρήση του Η/Υ ως δασκάλου (computer as tutor) μέσω της καθοδηγημένης παροχής πληροφοριών και συνταγών όπως και η χρήση του Η/Υ ως εργαλείου (computer as tool) για επεξεργασία κειμένου, λογιστικών φύλλων, βάσεων δεδομένων ή εργαλείων σχεδιασμού προκειμένου να διεκπεραιωθούν, βαρετές, μη ενδιαφέρουσες (μη αυθεντικές) δραστηριότητες.

1.3. Ο υπολογιστής ως πολύ σημαντικό μέσο στη διαδικασία της μάθησης

Ο υπολογιστής θεωρήθηκε ως το "πολύ σημαντικό μέσο" (very medium) στη διαδικασία της μάθησης στο οποίο αποδόθηκε κεντρικός καθολικός και διαπεραστικός ρόλος (Noss & Hoyles, 1992). Παρόλα αυτά οι ίδιοι ερευνητές θεωρούν ότι η διαδικασία της μάθησης σε περιβάλλον εκπαιδευτικού λογισμικού δεν είναι ανεξάρτητη από το μαθητή, το δάσκαλο, τις αλληλεπιδράσεις δάσκαλου - μαθητή, όπως και τη δραστηριότητα την οποία οι μαθητές καλούνται να φέρουν σε πέρας. Οι ίδιοι ερευνητές, έδωσαν έμφαση στη διερεύνηση της αλληλεπίδρασης του μαθητή με το μέσο, από την άποψη της δυνατότητας έκφρασης των ιδεών του μαθητή και από την άποψη της δόμησης αυτών των ιδεών με την επίδραση του μέσου. Ποσοτικές κυρίως μεθοδολογίες έχουν δανειστεί οι ερευνητές προκειμένου να διερευνήσουν ένα τόσο σύνθετο θέμα όπως το θέμα των υπολογιστών σε σχέση με τον πολιτισμό και τη μάθηση. Ανοικτά παραμένουν τα ερωτήματα που δημιουργούνται καθώς και οι απαντήσεις στα ερωτήματα που ήδη τίθενται. Από μεθοδολογική άποψη, οι ερευνητές ψάχνουν το τι και το πώς μαθαίνουν οι άνθρωποι με τη βοήθεια των υπολογιστών. Έτσι χρησιμοποιούνται ποιοτικές μεθοδολογίες με στόχο τη δημιουργία αναλυτικών κατασκευών που δίνουν έμφαση στην όλη μαθησιακή κατάσταση στην οποία ενυπάρχουν και υπολογιστές.

Οι προσεγγίσεις που ανέπτυξαν οι μαθητές ενεργώντας σε πλαίσιο συμφραζομένων που περιελάμβανε και εκπαιδευτικό λογισμικό φάνηκε ότι ήταν επηρεασμένες από το μέσο (Hoyles & Noss, 1989). Πιο συγκεκριμένα, οι προσεγγίσεις που οι μαθητές ανέπτυξαν στο

περιβάλλον χαρτί-μολύβι και στο περιβάλλον του υπολογιστή προκειμένου να αντιμετωπίσουν προβλήματα λόγων και αναλογιών ήταν ποιοτικά διαφορετικές. Η αλληλεπίδραση με το περιβάλλον του υπολογιστή καθοδηγούσε τους μαθητές να επικεντρωθούν στα βασικά σημεία των εννοιών και τους βοηθούσε να ξεκαθαρίσουν τις αναλογικές σχέσεις που εμπεριέχονταν στο περιβάλλον. Επιπλέον, η τυποποίηση των αναλογικών σχέσεων που απαιτούνταν από το υπολογιστικό περιβάλλον επέδρασε καταλυτικά στην παραπέρα ανάπτυξη των στρατηγικών των μαθητών. Από μια ευρύτερη οπτική το περιβάλλον του υπολογιστή έδωσε την ευκαιρία στους μαθητές να κάνουν γενικεύσεις μέσα από τις ειδικές περιπτώσεις (Hoyles & Noss, 1989). Σύμφωνα με τους ίδιους ερευνητές το περιβάλλον του υπολογιστή μπορεί να παίζει το ρόλο "σκαλωσιάς" (scaffolding) λειτουργώντας υποστηρικτικά στην ανάπτυξη της γνωστικής δραστηριότητας των μαθητών. Οι Borba & Confrey (1996) μιλούν για "διαμόρφωση σχέσης" μεταξύ του μαθητή και των σχεδιαστών του λογισμικού αφ' ενός μέσω της μεσολάβησης του λογισμικού στις ενέργειες του μαθητή και αφ' ετέρου μέσω της διεύρυνσης των δυνατοτήτων του περιβάλλοντος από το μαθητή. Σύμφωνα με τον Noss (1988) ο υπολογιστής έχει τη δυνατότητα να επικεντρώνει το μαθητή σε επιλεγμένες έννοιες, να του παρέχει δυνατότητες ανατροφοδότησης στις ενέργειές του μη διαθέσιμες από κανένα άλλο τεχνολογικό μέσο και να τον βοηθά να αποδώσει σημασίες στη γνώση μέσα από την εμπλοκή του σε δραστηριότητες που έχουν νόημα γι αυτόν.

1.4. Ο υπολογιστής ως εκφραστικό αλληλεπιδραστικό μέσο

Ο υπολογιστής αποτελεί μια συσκευή που μπορεί να υλοποιήσει διαδικασίες υψηλής αλληλεπίδρασης. Η δυνατότητα αυτή μπορεί να δώσει ευκαιρίες στο μαθητή για "δραστήρια" μάθηση (Clements, 1989). Στα παραδοσιακά αδρανή περιβάλλοντα, όπως το περιβάλλον χαρτί-μολύβι, ή στα φυσικά αντικείμενα ο μαθητής μπορεί να πραγματοποιήσει ενέργειες, αυτές όμως δεν ακολουθούνται από άμεσα αποτελέσματα και επιπλέον, βρίσκονται σε απόσταση από τις επιστημονικές τους σημασίες (Noss, Healy, & Hoyles, 1997). Οι διαφορές ανάμεσα στα "αδρανή" και στα δυναμικά αλληλεπιδραστικά περιβάλλοντα ενεργοποιούν διαφορετικούς τρόπους σκέψης και επιπλέον σηματοδοτούν μια αργή αλλά βαθιά ιστορική εξέλιξη που οδηγεί στο κατώφλι μιας νέας εποχής για την εκπαίδευση (Karut, 1994). Οι υπολογιστές δίνουν δυνατότητες για σχεδιασμό εκπαιδευτικού λογισμικού στο οποίο να γίνεται πλήρης εκμετάλλευση των

αυτοεκφραστικών τους δυνατοτήτων. Μέσα από τέτοιου είδους σχεδιασμό είναι δυνατή η σύνδεση της εικονικής με τη συμβολική πληροφορία (Noss, Healy, & Hoyles, 1997).

1.5. Ο υπολογιστής ως περιβάλλον ανατροφοδότησης των ενεργειών του μαθητή

Η Laborde (1992) επισημαίνει τη σημασία της αισθητηριακής αντίληψης (perception) στη λύση προβλημάτων. Η αισθητηριακή αντίληψη και μόνον δεν φτάνει για την επίλυση ενός προβλήματος. Στην περίπτωση του εκπαιδευτικού λογισμικού η εικονική ανατροφοδότηση σε συνδυασμό με τη δυνατότητα μεταβολής των υπολογιστικών αντικειμένων στην οθόνη του υπολογιστή διατηρώντας βασικές τους ιδιότητες διαμορφώνει ένα νέο είδος αισθητηριακής αντίληψης. Αυτή η ανατροφοδότηση δεν είναι μόνο αισθητηριακή αλλά περιέχει και πληροφορία που μπορεί να βοηθήσει το μαθητή να ανακαλύψει ότι οι αρχικές υποθέσεις που έκανε σχετικά με τις ιδιότητες των υπολογιστικών αντικειμένων δεν ισχύουν. Αναφερόμενοι στο ρόλο της ανατροφοδότησης οι Noss & Hoyles (1992) υποστηρίζουν ότι ανάλογα με το είδος της (ποιοτική ή ποσοτική ανατροφοδότηση) βοηθά το μαθητή να κάνει ποιοτικούς ή ποσοτικούς ελέγχους στις στρατηγικές που αναπτύσσει.

1.6. Ο υπολογιστής ως περιβάλλον πειραματισμού

Σημαντικές αλλαγές έχουν συντελεστεί στη διδασκαλία και στη μάθηση με τη χρήση των αλληλεπιδραστικών ηλεκτρονικών μέσων. Αυτές οι αλλαγές συγκλίνουν στην κατεύθυνση διερευνητικών προσεγγίσεων στη μάθηση και στηρίζονται στις αλληλεπιδραστικές δυνατότητες του μέσου όπως και στη δυνατότητα εμπλοκής του μαθητή με πιο πραγματικά προβλήματα που είναι δυνατό να προσομοιωθούν σε περιβάλλον υπολογιστή (Fey, 1989). Η δραστηριότητα του παιδιού αποτελεί ένα χώρο που μπορεί να εκφράζει τη μη τυποποιημένη διαισθητική του γνώση. Η δημιουργία συνδέσεων μεταξύ αυτής της δραστηριότητας και της λογικής αφαίρεσης αποτελεί σημαντικό παράγοντα στη μάθηση κάθε γνωστικού αντικειμένου. Ο Noss (1988, σελ.252) υποστηρίζει ότι "η τεχνολογία και ειδικότερα οι υπολογιστές μπορούν να αποτελέσουν γέφυρα μεταξύ διαισθητικής και τυπικής γνώσης". Σε περιβάλλοντα μάθησης με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι δυνατή η μάθηση μέσα από πειραματισμό των μαθητών με ειδικές μορφές έκφρασης των εννοιών. Η δυνατότητα γενίκευσης με βάση τις εμπειρίες των μαθητών μέσα από αυτές τις ειδικές περιπτώσεις έχει διερευνηθεί. Οι Hoyles & Noss (1987a) αναφέρουν περιπτώσεις όπου οι μαθητές γενικεύουν μέσα από πειραματισμό σε περιβάλλον Logo για την έννοια

του παραλληλογράμμου, ενώ οι Yerushalmy, Chazan, Gordon, & Houde, (1986) αναφέρουν ότι οι μαθητές που είχαν πειραματιστεί στο περιβάλλον Geometric Supposer ήταν ικανότεροι να τεκμηριώσουν τις γενικεύσεις τους από άλλους μαθητές που δεν συμμετείχαν σε αυτά τα πειράματα. Συνδέσεις μεταξύ επαγωγικής σκέψης που ανέπτυξαν οι μαθητές ύστερα από πειραματισμό σε περιβάλλον Logo και παραγωγικής σκέψης αναφέρθηκαν και από τον Κυνηγό (1993). Σε περιβάλλον Logo, οι ερευνητές Kieran & Hillel (1990) παρατήρησαν ότι οι περισσότεροι μαθητές ύστερα από πειραματισμό με ισοσκελή τρίγωνα και τις ιδιότητές τους μπορούσαν να επιλύσουν προβλήματα μεγαλύτερης πολυπλοκότητας στο ίδιο θέμα. Οι ίδιοι ερευνητές αναφέρουν ότι οι μαθητές κατάφεραν να πραγματοποιούν ποσοτικές συσχετίσεις που αφορούν το μέγεθος της γωνίας σε συνάρτηση με τη στροφή της. Με βάση τις έρευνες που πραγματοποίησε σε αλγεβρικές έννοιες η Hillel (1993) διαμόρφωσε την άποψη ότι οι υπολογιστές μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη διδασκαλία όχι ως περιβάλλοντα υποστήριξης αλλά ως περιβάλλοντα αναδιοργάνωσης, δηλαδή ως ένας χώρος που δίνει έμφαση στις έννοιες, στην επίλυση προβλημάτων και γενικά στις διερευνητικές δραστηριότητες πειραματισμού κάτι το οποίο αποτελεί πρόκληση για συναγωνισμό ένα είδος "διερεύνησης αγοράς" (window shopping) για αποτελέσματα. Η δυνατότητα πειραματισμού βρίσκεται κρυμμένη στα παραδοσιακά μέσα διδασκαλίας.

Οι στρατηγικές επίλυσης που ανέπτυξαν οι μαθητές σε περιβάλλοντα ψηφιακής εικονικής ανατροφοδότησης φάνηκε ότι έχουν ομοιότητα με τις μεθόδους που χρησιμοποιούν οι επιστήμονες για την παραγωγή νέας γνώσης. Χαρακτηρίζονται δηλαδή από πειραματισμό – λάθος - διόρθωση, διαίσθηση, επαγωγή, συμπεράσματα και αναιρέσεις.

1.7. Ο υπολογιστής ως περιβάλλον προσομοιώσεων και διεπιστημονικής προσέγγισης

Οι ΤΠΕ δίνουν τη δυνατότητα προσομοίωσης πραγματικών καταστάσεων όπως π.χ. φυσικών φαινομένων, επιχειρήσεων, λειτουργίας μηχανών ή μέσων μεταφοράς κ.α. Οι μαθητές θα ήταν σχεδόν αδύνατο να έχουν ευκαιρίες να διαχειριστούν τέτοιες καταστάσεις σε πραγματική μορφή. Οι προσομοιώσεις τις πιο πολλές φορές αποτελούν ενοποίηση πολλών επιστημονικών αντικειμένων (Clements, 1989). Οι μαθητές αλληλεπιδρώντας με προσομοιώσεις έχουν την ευκαιρία να προσεγγίσουν ένα ειδικό γνωστικό αντικείμενο μέσα από διεπιστημονικά πλαίσια και να το αντιμετωπίσουν ως μέρος μιας ανθρώπινης δραστηριότητας. Έτσι μπορούν να εμπλακούν ενεργητικά σε μαθησιακές καταστάσεις, να

ικανοποιήσουν τον εαυτό τους και να μην αντιμετωπίζουν τη γνώση ως παθητικοί δέκτες αποστηθίζοντας πληροφορίες ξεκομμένες από το πλαίσιο στο οποίο αναφέρονται.

1.8. Ο υπολογιστής ως περιβάλλον δημιουργίας εννοιών-διεργασιών και εννοιών-αντικειμένων

Η άμεση διαχείριση των υπολογιστικών αντικειμένων βοηθά στην συνειδητοποίηση και εξωτερίκευση εννοιών και ενεργειών που υπονοούνται στην κατασκευή τους. Όταν για παράδειγμα κάποια στοιχεία μιας γεωμετρικής κατασκευής "σύρονται", (dragged) όλες οι ιδιότητες που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του σχήματος διατηρούνται (Holzl, 1996; 1995). Η διαφοροποίηση του σχήματος δίνει τη δυνατότητα κατασκευής μιας απειρίας σχημάτων της ίδιας κλάσης με κοινές βασικές ιδιότητες (Laborde, 1992). Μέσα από αυτή τη διαδικασία δίνεται η δυνατότητα στο μαθητή να δει πολλαπλές όψεις του ίδιου σχήματος.

Οι Harel & Dubinsky (1991) χρησιμοποίησαν τους όρους "αντίληψη ενέργειας" (action conception) και "αντίληψη διαδικασίας" (process conception) για έρευνες που πραγματοποίησαν σε περιβάλλον υπολογιστή. Τον πρώτο όρο χρησιμοποίησαν προκειμένου να περιγράψουν την κατανόηση μιας ενέργειας διανοητικής ή φυσικής διαχείρισης αντικειμένων (με τη γενική έννοια πχ μια συνάρτηση στον υπολογιστή μπορεί να θεωρείται αντικείμενο) με στατικό τρόπο, ενώ το δεύτερο προκειμένου να περιγράψουν τη δυνατότητα άμεσης διαχείρισης των αντικειμένων. Από αυτούς τους ερευνητές αλλά και από τον Cuoco (1994) τονίστηκε η δυνατότητα "αντίληψης διαδικασίας" με τη χρήση των πολλαπλών αναπαραστάσεων μιας έννοιας σε περιβάλλον υπολογιστή. Η δυνατότητα αυτή βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν πιο δυναμικές έννοιες τις "έννοιες διεργασίες" (concept process). Από τον τελευταίο ερευνητή αναφέρθηκε επίσης ότι στα περιβάλλοντα πολλαπλών αναπαραστάσεων οι βασικές έννοιες που υλοποιούνται στον υπολογιστή και παίρνουν εικονική μορφή στην οθόνη του ονομάζονται αντικείμενα "πρώτης κλάσης" (first-class objects). Με τη δυνατότητα ανάπτυξης διαφορετικών διεργασιών πάνω σε αυτά τα αντικείμενα με το ίδιο αποτέλεσμα οι μαθητές βοηθούνται να αναπτύξουν τις "έννοιες διεργασίες" προς μια γενικότερη θεώρηση της έννοιας ως "αντικείμενο" (object concept). Για την περίπτωση των συναρτήσεων παρατηρήθηκε η οικοδόμηση του αντίστοιχου αντικειμένου της έννοιας της συνάρτησης από τους μαθητές (Cuoco, 1994).

1.9. Ο υπολογιστής ως αναπαραστασιακό περιβάλλον

"Οι υπολογιστές μπορούν να ανοίξουν νέους ορίζοντες (new windows) στην κατασκευή σημασιών μέσα από τη συνάντηση των δραστηριοτήτων του μαθητή, των πρακτικών του καθηγητή και τα μη καθορισμένα σύνορα της επιστημονικής γνώσης" (Noss & Hoyles, 1996b).

Ο όρος "παράθυρο" χρησιμοποιείται προκειμένου να δώσει τη διάσταση του διαμεσολαβητικού χαρακτήρα των υπολογιστών (Noss & Hoyles, 1996b). Ένα παράθυρο επηρεάζει το τι βλέπουμε και το πώς το βλέπουμε. Οι υπολογιστές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την δημιουργία πλούσιων γνωστικών εμπειριών για τους μαθητές. Ο υπολογιστής μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να εκφράσουν άμεσα αυτό που αντιλαμβάνονται έμμεσα. Ο διαμεσολαβητικός ρόλος του υπολογιστή καθορίζεται μέσα από το διαμεσολαβητικό ρόλο της γλώσσας και των συμβολικών αναπαραστάσεων που παρέχει.

Ο υπολογιστής είναι ένα μέσο. Το μέσο σημαίνει ότι δια μέσου αυτού μεταφέρεται πληροφορία. Τα μέσα μπορεί να είναι σύνθετα, δηλαδή να διαθέτουν διαφορετικές διαστάσεις μεταφοράς πληροφορίας. Η πληροφορία μεταφέρεται μέσα από τα αναπαραστασιακά συστήματα. Επομένως τα μέσα μπορεί να διαθέτουν διαστάσεις μεταφοράς διαφορετικών αναπαραστασιακών συστημάτων (Karut 1987b).

Προκειμένου να αναφερθούμε στα αναπαραστασιακά συστήματα θα δεχθούμε ότι η έννοια της αναπαράστασης, όπως έχει ορισθεί από τον Palmer (1977) και αναφέρεται από τον Karut (1987a), αποτελείται από δύο συναφείς αλλά και ξεχωριστές οντότητες : Η μία ονομάσθηκε 'αναπαριστώμενος' κόσμος και η άλλη 'αναπαριστών' κόσμος. Θα πρέπει να γίνεται μια αντιστοιχία κάποιων εννοιών του αναπαριστώμενου κόσμου με κάποιες έννοιες του αναπαριστώντος κόσμου.

Ένας σημαντικός αριθμός ερευνητών διαχωρίζει τις εξωτερικές από τις εσωτερικές αναπαραστάσεις (Dettori & Lemut, 1995; Dyfour-Janvier, Bednarz, & Belanger, 1987). Ως *εσωτερικές αναπαραστάσεις*, οι παραπάνω ερευνητές, ορίζουν το σύνολο των νοητικών εικόνων, σκέψεων και εκφράσεων που επιτρέπουν στο άτομο να συνδέεται με τα δεδομένα, να ξεχωρίζει τα κύρια στοιχεία από τα δευτερεύοντα, να συνδέει γνώση από διαφορετικά θέματα και χρόνους, να βρίσκει δυνατότητες και εναλλακτικούς τρόπους, να αναλύει και να συνδέει βήματα της λογικής. Ο Janvier (1987c) θεωρεί τις αναπαραστάσεις

εσωτερικές κατασκευές που αντιστοιχούν σε κάποια εξωτερική διάταξη πραγμάτων που μπορούν να έχουν μια εικόνα, δηλαδή να είναι παρατηρήσιμα.

Σύμφωνα με τους ίδιους ερευνητές *εξωτερικές αναπαραστάσεις* αποτελούν όλες οι οργανώσεις εξωτερικών συμβόλων (σύμβολα, σχήματα, διαγράμματα) τα οποία έχουν σκοπό να αναπαραστήσουν εξωτερικά μια πραγματικότητα. Συμπεριλαμβάνονται δε και τα σημεία που χρησιμοποιεί το άτομο για να εκφράσει μια έννοια ή μια κατάσταση, όπως προφορικός ή γραπτός λόγος σε φυσική ή τεχνητή γλώσσα, σύμβολα, ζωγραφιές ή εικόνες. Οι ίδιοι ερευνητές θεωρούν τις εξωτερικές αναπαραστάσεις ως προϊόντα νοητικών διεργασιών. Ο Dreyfus (1995) χωρίζει τις εξωτερικές αναπαραστάσεις σε *εικονικά συστήματα* και σε *προτασιακά συστήματα*. Τα πρώτα περιλαμβάνουν φωτογραφίες, εικόνες μαθηματικά αντικείμενα με κάποια σχέση ή χωρίς καμιά σχέση με την πραγματικότητα, όπως πχ. τα διαγράμματα, ενώ τα δεύτερα περιλαμβάνουν τη φυσική γλώσσα, τα αλγεβρικά συστήματα και τις γλώσσες προγραμματισμού.

1.10. Η αλληλεπίδραση μεταξύ εσωτερικών και εξωτερικών αναπαραστάσεων

Η σκέψη είναι πάντοτε εικονική; Εάν αυτό σημαίνει ότι στηρίζεται σε νοητικές εικόνες η απάντηση είναι ανεπιφύλακτα ναι (Dreyfus, 1995). Ο Johnson (ο.π. ο Dreyfus, 1995) υποστήριξε ότι τα εικονικά σχήματα παίζουν κεντρικό ρόλο στην κατανόηση των πάντων, όπως και στην ανάπτυξη της λογικής. Οι Brown & Presmeg (1993) υποστηρίζουν ότι όλοι είμαστε νοητικοί ή πνευματικοί (visualizers) από την άποψη του ότι όλοι χρησιμοποιούμε σταθερά τις νοητικές παραστάσεις ή τη φαντασία (imagery). Επιπλέον, σύμφωνα με τους ίδιους ερευνητές, η αφαίρεση υποστηρίζεται από την εικονική λογική. Όλες οι νοητικές εικόνες όμως προέρχονται από εικονικές πληροφορίες; Μερικές πράγματι απορρέουν από εξωτερικές εικονικές πληροφορίες. Εκείνο που επηρεάζει τις λογικές διεργασίες είναι η "εικονική νόηση" (Visual imagery). Αυτή μπορεί να επιτρέψει ή όχι σε κάποιον να δει κάποια όψη μιας έννοιας να μεταπηδήσει ευέλικτα από μια αναπαράσταση της σε μια άλλη ή να βοηθήσει κάποιον στην εξεύρεση μιας εναλλακτικής ιδέας για την επίλυση ενός προβλήματος. Βεβαίως οι νοητικές εικόνες δεν μπορεί να είναι προσπελάσιμες και είναι θέματα επιστημόνων της γνωστικής ψυχολογίας το πως μορφοποιούνται.

Οι νοητικές εικόνες συνδέονται με ερμηνείες της εικονικής πληροφορίας (Pylyshyn, 1984, ο.π. ο Dreyfus, 1995). Δεν αποτελούν φωτογραφίες της αλλά αφαιρετικά αποτελέσματα γνωστικών διεργασιών. Η ικανότητά μας να μετατρέπουμε τις νοητικές εικόνες περιορίζεται από τη δυνατότητα συγκράτησής τους και αυτό σημαντικά βοηθιέται από

εξωτερική εικονική υποστήριξη. Οι νοητικές εικόνες που βοηθούνται από εξωτερικά διαγράμματα είναι πολύ κοντύτερα στη δομή που υπονοείται σε αυτά, από εκείνες τις νοητικές εικόνες που φτιάχνονται χωρίς εικονική πληροφορία. Κοιτώντας μια εικόνα ή ένα διάγραμμα σε κάποιο μέσο ή στην οθόνη του υπολογιστή βλέπουμε μέσα από αυτή την ερμηνεία μας για αυτήν. Η διαδικασία αυτή "βλέπω δια μέσου" έχει πολλές όψεις, όπως ερμηνεία, γένεση, μετασχηματισμό και αφαίρεση. Η πιο σημαντική από αυτές είναι η ερμηνεία να δει δηλαδή κανείς τη λογική δομή που εμπεριέχεται στα διαγράμματα. Μάθηση λοιπόν με τα διαγράμματα, είναι μάθηση δια μέσω των διαγραμμάτων (Dreyfus, 1995). Σύμφωνα με τον Vygotsky (1978) οι δράσεις των ατόμων υποστηρίζονται από διαμεσολάβηση. Η διαμεσολάβηση γίνεται με τα ψυχολογικά εργαλεία ή συστήματα σημείων (signs). Ο Vygotsky θεωρεί ότι η εισαγωγή τέτοιων ψυχολογικών εργαλείων στη νοητική λειτουργία μπορεί να την μετατρέψει ουσιαστικά. Τα συστήματα αυτά που σημειοδοτούν, παίζουν ρόλο στη διαδικασία της αφαίρεσης. Σύμφωνα με τον ίδιο ερευνητή κατά τη διαδικασία της ανάπτυξης το σημείο πάντοτε χρησιμοποιείται ως μέσο επηρεασμού των άλλων και ύστερα του ίδιου του ατόμου.

Η Sutherland, (1995) υποστηρίζει ότι το "διαισθητικό" (intuitive) και το "εικονικό" (visual) συνδέονται, όπως και το "λογικό" (logical) με το "προτασιακό", (sentential) χωρίς αυτό να ισχύει απόλυτα και να αποκλείει άλλους συνδυασμούς. Η ίδια ερευνήτρια υποστηρίζει ότι η διαισθητική και η αναλυτική γνώση όπως και η χρήση των εξωτερικών αναπαραστάσεων δύσκολα διαχωρίζονται. Εκείνο που χαρακτηρίζει ως ενδιαφέρον, είναι η ευέλικτη μετακίνηση σε συστήματα εξωτερικών αναπαραστάσεων ανεξάρτητα αν αυτά είναι εικονικά ή προτασιακά. Από έρευνα που πραγματοποίησε, φάνηκε ότι τα παιδιά μπορούν ευκολότερα να εκφραστούν σε εικονικά συστήματα απ' ότι σε προτασιακά. Μερικά παιδιά που είχαν πρόβλημα να εκφραστούν σε φυσική γλώσσα μπορούσαν να το κάνουν αυτό με εικονικό τρόπο. Επίσης παιδιά με δυσκολίες στα σχολικά μαθηματικά μπορούσαν να δουλέψουν αποδοτικά με συστήματα που δίνουν δυνατότητες εξεικόνισης και ο υπολογιστής τα βοήθησε να μπορέσουν να εκφράσουν τον εαυτό τους σε ένα προτασιακό σύστημα και να αναπτύξουν ένα πιο ευέλικτο τρόπο δουλειάς.

Η σύνδεση μεταξύ εσωτερικών και εξωτερικών αναπαραστάσεων στο άτομο εξαρτάται από την αποτελεσματικότητα των εσωτερικών αναπαραστάσεων του σε συνδυασμό με την ικανότητά του να εκφραστεί μέσα από εξωτερικές αναπαραστάσεις (Dettori & Lemut, 1995). Υπάρχει αλληλοσύνδεση μεταξύ των δύο ειδών αναπαραστάσεων, διότι η παραγωγή κάποιας εξωτερικής αναπαράστασης στηρίζεται σε κάποια ιδέα και η επαφή με

μια εξωτερική αναπαράσταση ρίχνει φως σε κάποια εσωτερική. Οι Dettori & Lemut, (1995) αναφέρουν ότι *οι εξωτερικές αναπαραστάσεις* :

- εισήγαγαν ή ξαναέδωσαν σημασία σε λειτουργίες
- βοήθησαν τους μαθητές να κατασκευάσουν νέες υψηλότερου επιπέδου στρατηγικές επίλυσης
- βοήθησαν τους μαθητές στην αναγνώριση και διόρθωση λαθών
- συνέδεσαν τη δραστηριότητα επίλυσης προβλήματος με τη μαθηματική της μοντελοποίηση.

1.11. Ο υπολογιστής ως περιβάλλον κατασκευής σημασιών

Σύμφωνα με τους Noss & Hoyles (1996b) οι αναπαραστάσεις αποτελούν κεντρικό στοιχείο για την κατασκευή σημασιών. Οι ίδιοι ερευνητές υποστηρίζουν πως οι αναπαραστάσεις δομούν και δομούνται από το πλαίσιο συμφραζομένων. Το κλειδί για τους παραπάνω ερευνητές είναι με ποιους τρόπους οι αναπαραστάσεις δομούν την έκφραση των ιδεών των παιδιών. Οι σημασίες που κατασκευάζονται από τα παιδιά συνδέονται περίπλοκα με τις αναπαραστάσεις τους. Για παράδειγμα μπορεί να δώσουν γραφική σημασία στις εξισώσεις αποδίδοντάς τους έτσι εικονικά νοήματα Lesh, Mehr, and Post, (1987b). Ένα σημείο που προέκυψε από την ανάλυση των Noss & Hoyles (1996b) είναι ότι οι αναπαραστάσεις και οι επικοινωνιακές μηχανές στις οποίες υλοποιούνται αποτελούν τους νευραλγικούς παράγοντες στη διαδικασία κατασκευής νοημάτων. Στους μαθητές δεν δίνεται συχνά η ευκαιρία να εκφράσουν τον εαυτό τους μέσα από τη φυσική γλώσσα και τα σχέδια και αυτό αποτελεί ένα λόγο για το ότι βρίσκουν δύσκολο να επικοινωνούν ή να εκφράζονται μέσα από εικονικά ή προτασιακά συστήματα (Sutherland, 1995). Οι μαθητές μπορούν να εκφράσουν τον εαυτό τους καλύτερα στα συμβολικά συστήματα σε περιβάλλον εκπαιδευτικού λογισμικού από ότι στο περιβάλλον χαρτί-μολύβι. Η ίδια ερευνήτρια υποστηρίζει ότι η χρήση ενός περιβάλλοντος όπως το Cabri-Geometry αποτελεί έναν αποδοτικό τρόπο εικονικής επικοινωνίας μαθηματικών ιδεών. Επιπλέον, όταν οι μαθητές εργάστηκαν με τις εικόνες των λογιστικών φύλλων τις χρησιμοποίησαν με αναλυτικό αλλά και με δυναμικό τρόπο σκεπτόμενοι για την έννοια της μεταβλητής, όπως και ολιστικά-διαισθητικά, αποδίδοντας μια συνολική δομή στο πρόβλημα. Οι μαθητές φάνηκε ότι ανέπτυξαν νοητική φαντασία στηριγμένοι στην εμπειρία τους με τα λογιστικά φύλλα, πρώτα με τη διαχείριση εικόνων (των λογιστικών φύλλων) και μετά με τον κώδικα αυτών

των φύλλων. Αυτή η εξωτερική επικοινωνία αργότερα εσωτερικεύτηκε ενεργοποιώντας τα παιδιά να λύνουν προβλήματα χωρίς τη χρήση των λογιστικών φύλλων. Από την ίδια έρευνα διαπιστώθηκε ότι τα εικονικά συστήματα μπορεί να χρησιμοποιούνται αναλυτικά και ολιστικά-διαισθητικά όπως και τα προτασιακά συστήματα. Επίσης, υποστηρίζει ότι ένας λόγος που τα παιδιά δυσκολεύονται στο σχολείο είναι γιατί δεν τους δίνεται η ευκαιρία να επικοινωνούν με τις εικονικές τους ιδέες. Από τις Dettori & Lemut (1995) αναφέρεται ότι οι αναπαραστάσεις μέσα από περιβάλλον υπερμέσων :

- διέγειραν τις αναπαραστασιακές ικανότητες των παιδιών.
- έδωσαν δυνατότητες διαφορετικής αφετηρίας στους μαθητές μέσα από τη διαφορετικότητα τους, ώστε να αντιμετωπίζονται τα προβλήματα δυσκολιών που παρουσιάζονται, όταν χρησιμοποιείται μια μόνο αναπαράσταση
- έδωσαν δυνατότητες στους μαθητές για αναστοχασμό πάνω στις αναπαραστάσεις θεωρώντας τις ως αντικείμενα των μικροκόσμων.

1.12. "Διαφανή" και "αδιαφανή" αναπαραστασιακά συστήματα

Οι Lesh, Mehr, & Post, (1987b) διαχώρισαν τα αναπαραστασιακά συστήματα ως "διαφανή" (transparent) και "αδιαφανή" (opaque). Στα διαφανή αναπαραστασιακά συστήματα τίποτε περισσότερο ή λιγότερο δεν υπονοείται πέρα από τις ιδέες ή τις δομές που αναπαριστώνται. Στα αδιαφανή αναπαραστασιακά συστήματα δίνεται έμφαση σε κάποιες έννοιες ή δομές, ενώ κάποιες άλλες δεν φωτίζονται αλλά βρίσκονται κρυμμένες πίσω από άλλες. Στις έρευνες που πραγματοποίησαν οι παραπάνω ερευνητές είχαν πολύ ενδιαφέρον τα αδιαφανή αναπαραστασιακά συστήματα. Γενικότερα οι ίδιοι ερευνητές διατύπωσαν το συμπέρασμα ότι οι μεταβάσεις και οι μετασχηματισμοί μεταξύ αναπαραστατικών συστημάτων αλλά και μέσα στο ίδιο αναπαραστατικό σύστημα αποκτούν ενδιαφέρον για την απόκτηση και τη χρήση επιστημονικών ιδεών. Από τις μελέτες των παραπάνω ερευνητών υποστηρίχθηκε ότι η μετάβαση από μια επίλυση σε μια καινούργια έφερνε μαζί της και κάποιες νέες πηγές λάθους. Επιπλέον, παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές επιλύοντας ένα πρόβλημα, πολλές φορές χρησιμοποιούν περισσότερες από μια αναπαραστάσεις. Λέξεις που περιγράφουν το πρόβλημα, σχήματα, λέξεις που περιγράφουν τη λύση του, σύμβολα που περιγράφουν τη λύση κ.ά. Κάθε αναπαραστασιακό σύστημα έχει τις δυσκολίες του, τα πλεονεκτήματα και τις δυνατότητές του. Οι διαφανείς αναπαραστάσεις από μόνες τους δεν έχουν σημασία. Αποκτούν σημασία όμως σε σχέση με

την κατάσταση που μοντελοποιούν και το άτομο που εμπλέκεται με αυτές. Οι σχετικά αδιαφανείς αναπαραστάσεις περιέχουν σημασίες που δεν εξαρτώνται από την κατάσταση ή το άτομο που εμπλέκεται σε αυτές.

Η επιλογή της πιο περίπλοκης μεθόδου στηρίζεται στη διαμεσολάβηση των σημείων των ψυχολογικών εργαλείων και επιτρέπει στους ανθρώπους να πραγματοποιήσουν πιο σύνθετες λειτουργίες στα αντικείμενα (Wertsch, 1985, ο.π. η Confrey 1995 σελ. 206).

1.13. Ο υπολογιστής ως περιβάλλον πολλαπλών αναπαραστάσεων

" Η δυνατότητα κλειδί των μαθησιακών περιβαλλόντων που υλοποιούνται με τη βοήθεια του υπολογιστή είναι το ότι υπολογίζει τυπικές αναπαραστάσεις και σχέσεις μαθηματικών αντικειμένων " (Balacheff & Karut, 1996, σελ. 469).

Έχει αναπτυχθεί η προσέγγιση σύμφωνα με την οποία η εννοιολογική κατανόηση απορρέει από τη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων (Noss & Hoyles, 1996b). Οι ίδιοι ερευνητές τονίζουν το σημαντικό ενδιαφέρον που αποκτά η διερεύνηση των χαρακτηριστικών κάθε αίσθησης που διαμορφώνεται μέσα από τις πολλαπλές αναπαραστάσεις, όπως και η διερεύνηση του εάν η χρήση των πολλαπλών αναπαραστάσεων δημιουργεί κάποια σύγκλιση ανάμεσα στις αναπαραστάσεις. Η Εθνική Ένωση Συμβούλων των καθηγητών των μαθηματικών των ΗΠΑ (NCTM) (1989, ό.π. η Afamasaga-Fuata'i, 1993) συνιστά την εξερεύνηση προτύπων και λειτουργικών σχέσεων με τη χρήση πολλαπλών αναπαραστατικών συστημάτων, όπως και τη διερεύνηση των διασυνδέσεων μεταξύ αναπαραστατικών συστημάτων. Επιπλέον, η ίδια ερευνήτρια τονίζει τη σημασία σχεδιασμού περιβαλλόντων μάθησης που να δίνουν ευκαιρίες για πολλαπλές επιλύσεις του ίδιου προβλήματος. Η Confrey, et al. (1991 ό.π. η Gomes Ferreira, et al. 1997, σελ.322) υποστηρίζει ότι "οι ιδέες και οι έννοιες είναι αλληλοδιαπλεκόμενες με τρόπο αδιαχώριστο. Οι ιδέες πάντα αναπαρίστανται, και μέσα από αλληλοδιαπλοκή των ενεργειών μας και των αναπαραστάσεων κατασκευάζουμε σημασίες." Οι συσχετίσεις και οι διαφορές μεταξύ των αναπαραστάσεων αναφέρονται ως "επιστημολογία των πολλαπλών αναπαραστάσεων" από τους Borba & Confrey (1996). Οι ίδιοι ερευνητές υποστήριζαν ότι οι νέες μορφές αναπαραστάσεων αλλάζουν το είδος της γνώσης το οποίο διδάσκεται. Η υλοποίηση πολλαπλών αναπαραστάσεων για την επίλυση των εξισώσεων σε ένα περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή προσέφερε εναλλακτικούς τρόπους επίλυσης στους μαθητές. Οι μαθητές που συναντούσαν δυσκολίες με τις αναπαραστάσεις που ήταν

όμοιες με αυτές που υπάρχουν στο τυποποιημένο πρόγραμμα της σχολικής γνώσης, βρήκαν άλλους τρόπους να εκφραστούν στο ηλεκτρονικό περιβάλλον (Day, 1993). Ένα περιβάλλον πολλαπλών αναπαραστάσεων σε υπολογιστή βοήθησε τους μαθητές να αναπτύξουν "έννοιες-διεργασίες" (process-concepts) (Cuoco, 1994; Harel & Dubinsky, 1991).

Η επιλογή των αναπαραστάσεων που χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό και την υλοποίηση περιβαλλόντων μάθησης σε υπολογιστή παίζει σημαντικό ρόλο στη διαφοροποίηση των στρατηγικών που αναπτύσσουν οι μαθητές στα προβλήματα που τους τίθενται. Για παράδειγμα ο Guttenberger (1991) δεν ανέφερε διαφορά στις προσεγγίσεις των μαθητών στο ηλεκτρονικό περιβάλλον και στο περιβάλλον χαρτί – μολύβι. Το ηλεκτρονικό περιβάλλον δεν είχε σχεδιαστεί ώστε να δίνει επιπλέον δυνατότητες ή εργαλεία στους μαθητές αλλά αποτελούσε απλή προσομοίωση του περιβάλλοντος χαρτί-μολύβι. Όπως ο ίδιος αναφέρει οι μαθητές χρησιμοποίησαν το περιβάλλον αυτού του λογισμικού ως ηλεκτρονικό μαυροπίνακα, ενώ άλλοι ερευνητές, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, παρουσιάζουν διαφορετικές προσεγγίσεις των μαθητών στα διαφορετικά μέσα.

1.14. Η κατανόηση των εννοιών και οι αναπαραστάσεις

Σύμφωνα με τους Lesh, Post, & Mehr, (1987a), μέρος της κατανόησης μιας ιδέας αποτελούν η αναγνώριση, η ευελιξία στο χειρισμό και η ακριβής μετατροπή αυτής της ιδέας σε μια ποικιλία ποιοτικά διαφορετικών αναπαραστασιακών συστημάτων. Επειδή κάθε ιδέα εκφράζεται από ένα σύνθετο δίκτυο εννοιών στη σκέψη των παιδιών, οι επιτυχημένοι δάσκαλοι αντιστρέφουν τη διαδικασία κατασκευής των εννοιών, δηλαδή απλοποιούν, συγκεκριμενοποιούν, εξειδικεύουν, παρουσιάζουν και εκφράζουν αυτές τις ιδέες μέσα από οικείες προς τους μαθητές καταστάσεις. Προκειμένου να διαγνώσουν δυσκολίες ή να σχεδιάσουν διδακτικές καταστάσεις, παρουσιάζουν μια ιδέα σε ένα αναπαραστασιακό σύστημα και ζητούν από τους μαθητές να την μετατρέψουν σε κάποιο άλλο. Στην περίπτωση που οι μαθητές δυσκολεύονται να πραγματοποιήσουν τη μετατροπή, τότε μπορεί να ζητήσουν απλούστερες αναπαραστάσεις της ιδέας αυτής και σε μεταγενέστερο στάδιο τις αναπαραστάσεις που η πραγματοποίησή τους εμφανίζει μεγαλύτερη δυσκολία. Από τον Janvier (1987b) τονίστηκε ότι η κατανόηση είναι μια εξελισσόμενη διαδικασία. Δεν περιλαμβάνει στάδια αλλά είναι μια συσσωρευτική διαδικασία που στηρίζεται κυρίως στη δυνατότητα εμπλοκής σε μια ποικιλία αναπαραστάσεων. Η κατανόηση επιτυγχάνεται με την πραγματοποίηση σύνθετων

καθορισμένων διανοητικών δράσεων. Σχετικά με τις ενέργειες που εκτελούνται αυτόματα από τον H/Y και τη σχέση τους με την κατανόηση, αναφέρεται ότι θα πρέπει να ελέγχονται από διαδικασίες αναστοχασμού και διανοητικού σχεδιασμού (Janvier, 1987b). Επιπλέον, από τον Mason (1987) υποστηρίχθηκε ότι τα παιδιά μαθαίνουν προσπαθώντας να κατασκευάσουν αναπαραστάσεις.

1.15. Η χρήση των πολλαπλών αναπαραστάσεων

Σύμφωνα με τον Janvier (1987b) η ιδανική μέθοδος για τη μάθηση θα ήταν η χρήση διαφορετικών αναπαραστάσεων του ίδιου αντικειμένου. Η χρήση πολλαπλών μέσων ενσάρκωσης μιας ιδέας τα οποία μπορεί να είναι και τεχνητά, μπορεί να τα κάνει να φαίνονται ως συγκεκριμένα. Το ποιο από αυτά θεωρείται "συγκεκριμένο" και ποιο όχι, εξαρτάται από το πόσο μεστό είναι όσον αφορά τις σημασίες που εμπεριέχει. Όσο λιγότερες σημασίες αποδίδει, τόσο πιο "συγκεκριμένο" μπορεί να θεωρηθεί. Ο μαθητής θα πρέπει να μπορεί να μεταφέρεται από τη μια αναπαράσταση στην άλλη (Dyfour - Janvier, Bednarz, & Belanger, 1987). Αυτό βέβαια προϋποθέτει την κατανόηση των περιορισμών, των δυνατοτήτων και της αποτελεσματικότητας των αναπαραστάσεων που χρησιμοποιεί. Στην περίπτωση των διαφορετικών αναπαραστάσεων της ίδιας έννοιας θα πρέπει να μπορεί να συνειδητοποιήσει τις κοινές ιδιότητες της έννοιας, εκφρασμένες στις διαφορετικές αναπαραστάσεις, και να εξάγει τη δομή της. Θα πρέπει επίσης να διερευνά τη γνώση που αποκτά σε διαφορετικά πλαίσια συμφραζομένων της ίδιας έννοιας.

Η ενέργεια της αναπαράστασης τείνει να έχει *πλουραλιστικό αναπτυξιακό και όχι στατικό χαρακτήρα* (Lesh, Post, & Mehr, 1987a). Ο πλουραλιστικός χαρακτήρας των αναπαραστάσεων έχει δύο διαστάσεις. Αφ' ενός γιατί μπορεί να δώσει τις πολλαπλές όψεις που συνθέτουν μια κατάσταση μέσα από τις αντίστοιχες πολλαπλές αναπαραστάσεις της, θεωρώντας το όλο ως σύνθεση των αναπαραστάσεων των μερών του, και αφ' ετέρου γιατί μπορεί να δώσει μια πολλαπλή μετάβαση από μια αναπαράσταση σε άλλη, σε μια συνεχιζόμενη διαδικασία, δίνοντας τις διαφορετικές όψεις του όλου μέσα από τις διαφορετικές αναπαραστάσεις του. Έτσι, η κάθε κατάσταση αποκτά πλουραλιστικό χαρακτήρα ως προς τα νοήματα που μπορεί να αποκτήσει ο μαθητής μέσα από τις διαφορετικές αναπαραστάσεις, τα οποία μέσα από αυτές αναπτύσσονται και αποκτούν ένα δυναμικό χαρακτήρα.

Επιπλέον, ενδιαφέρον αποκτά για το μαθητή, η διαδικασία της μετάβασης από μια αναπαράσταση σε μια άλλη. Σύμφωνα με τον Janvier (1987a), μια μετάβαση εμπεριέχει

δύο τρόπους αναπαράστασης : Η μετάβαση μπορεί να γίνει από την (α) αναπαράσταση στη (β) αλλά μπορεί να συμβεί και το αντίστροφο. Η γνωστική ερμηνεία της διαδικασίας της μετάβασης εξαρτάται από το ποια είναι η αναπαράσταση - αφετηρία και το ποια αναπαράσταση αποτελεί τον προορισμό σε κάθε μετάβαση μεταξύ αναπαραστάσεων.

1.16. Οι δυσκολίες των μαθητών και οι αναπαραστάσεις

Οι μαθητές έχουν προβλήματα στη μετάβαση από ένα αναπαραστασιακό σύστημα μιας έννοιας σε ένα άλλο, και δεν έχει δοθεί μεγάλη έμφαση στη σύνδεση μη τυπικών και τυπικών αναπαραστασιακών συστημάτων κατά τη διδασκαλία (Kaput & Sims-Knight, 1983, ο.π. ο Kaput, 1987a). Οι δυσκολίες που συναντούν οι μαθητές κατά τη μετάβαση από μια αναπαράσταση σε άλλη αποτελούν σημαντικό παράγοντα που επηρεάζει την αποτελεσματικότητά τους στη μάθηση και στην επίλυση προβλημάτων (Lesh, Post, & Mehr, 1987a). Η φυσική γλώσσα και οι εικόνες είναι τα "περιβάλλοντα" συμβολικά συστήματα και υποστηρίζεται (Kaput, 1987b) ότι πολλές δυσκολίες των παιδιών απορρέουν από το χάσιμο της συνέχειας μεταξύ των φυσικών και συνθετικών συμβολικών συστημάτων. Συχνά όμως στα παιδιά δεν δίνεται η ευκαιρία να εκφράσουν τον εαυτό τους με τη φυσική γλώσσα ή με σχέδια. Οι αναπαραστάσεις βοηθούν σε συγκεκριμένες περιπτώσεις στην εξομάλυνση σοβαρών δυσκολιών. Μέσα από τις πολλαπλές αναπαραστάσεις της ίδιας έννοιας ο μαθητής μπορεί να βρει την κατάλληλη γι αυτόν προκειμένου να ανταποκριθεί σε κάποιο καθήκον που του ανατίθεται (Dyfour - Janvier, Bednarz, & Belanger, 1987).

Οι εξωτερικές αναπαραστάσεις θα πρέπει να βρίσκονται κοντά στις εσωτερικές αναπαραστάσεις των παιδιών και δεν θα πρέπει να εισάγονται πριν την ώρα τους στα παιδιά. Πολλές φορές η χρήση αναπαραστάσεων που είναι πολύ αφαιρετικές και χρησιμοποιούν σύμβολα και κανόνες, δεν έχουν κάποιο νόημα για τα παιδιά. Τότε η γνώση ξεκόβεται από κάποιο νόημα και μπορεί να έχει αρνητική επίδραση στη μάθηση των παιδιών (Dyfour - Janvier, Bednarz and Belanger, 1987).

1.17. Οι υπολογιστές και η αλληλεπίδραση της εικόνας με την έννοια

Εάν είναι σωστό το ότι υπάρχει στενή σχέση ανάμεσα στις εικόνες και τις έννοιες τότε είναι λογικό να υποθέσουμε ότι υπάρχει μια βαθιά επίδραση των εξωτερικών εικόνων ή σχεδίων στις εσωτερικές διεργασίες (Mariotti, 1995). Η γενική ιδέα σύμφωνα με την ίδια

ερευνήτρια είναι, ότι οι εξωτερικές εικόνες αλληλεπιδρούν με τις εσωτερικές οι οποίες μπορεί να ερμηνεύονται σε εικονικές έννοιες με τον ακόλουθο τρόπο. Οι εξωτερικές εικόνες παρέχουν αισθητική παρότρυνση για τις εικονικές έννοιες. Η βασική ερώτηση αφορά στην επίδραση των εξωτερικών εικόνων στη διαλεκτική σχέση του εικονικού με το εννοιολογικό μέρος. Υπάρχει μια σχέση μεταξύ της διαδικασίας επίλυσης και του σχεδιαγράμματος που συνοδεύει τις νοητικές διεργασίες και η σχέση μεταξύ της ανάπτυξης της λογικής και των εικόνων που σχεδιάζονται στην οθόνη του υπολογιστή. Στο περιβάλλον χαρτί - μολύβι υπάρχει συμφωνία για τη χρησιμότητα της σχεδίασης στην ανάπτυξη της λογικής. Δεν υπάρχει πολλή γνώση για την αλληλεπίδραση τους. Το ερώτημα είναι πως οι νοητικές διεργασίες της επίλυσης επηρεάζονται από τη χρήση εικονικής βοήθειας;

Η ικανότητα αναγνώρισης της εικονικής πληροφορίας που περιέχουν τα σχήματα, όπως και η ικανότητα της εικονικής τους επεξεργασίας έχει υπογραμμισθεί (Bishop, 1983, σελ.184). Ο Parzysz (1988) έκανε ένα διαχωρισμό ανάμεσα στο σχήμα και στο σχέδιο. Το σχέδιο αποτελεί εικονική έκφραση σε κάποιο μέσο μιας νοητικής εικόνας. Το σχήμα δεν αποτελεί απλά ένα συγκεκριμένο αντικείμενο-εικόνα, αποτελεί εκπρόσωπο μιας κλάσης άπειρων αντικειμένων που έχουν κάποιες κοινές ιδιότητες σαφώς ορισμένες (Laborde, 1992).

Οι δυνατότητες των ηλεκτρονικών υπολογιστών για πολλαπλότητα εικονικής αναπαράστασης του ίδιου σχήματος έχουν χρησιμοποιηθεί στην ανάπτυξη εκπαιδευτικού λογισμικού. Οι εικόνες που δημιουργούνται με τη βοήθεια των υπολογιστών δεν είναι φτωχές αναπαραστάσεις αισθητηριακού επιπέδου γιατί έχουν μια δικιά τους εσωτερική λογική που εξαρτάται από τη διαδικασία που τις παράγει και τις εμφανίζει στην οθόνη του υπολογιστή. Η λογική της μηχανής γίνεται λογική της σχεδίασης. Για να δουλέψει κάποιος παραγωγικά με τα σχήματα αυτά πρέπει προηγουμένως να καταλάβει και να μπορεί να διαχειριστεί αυτή τη λογική. Ο διαμεσολαβητικός ρόλος των γραφημάτων στον υπολογιστή διαφοροποιείται ανάλογα με το πως παράγονται οι εικόνες, ανάλογα με την συνεισφορά της αισθητηριακής και της εννοιολογικής διάστασης και της αλληλεπίδρασης μεταξύ τους. Εκπαιδευτικό λογισμικό όπως το Cabri-Geometry βοηθά στην ανάπτυξη της αλληλεπίδρασης μεταξύ του εικονικού και του εννοιολογικού μέρους της γεωμετρικής λογικής. Η αλληλεπίδραση με το μηχανήμα διαμεσολαβείται μέσα από τις εντολές που βρίσκονται στο περιβάλλον διεπαφής του λογισμικού οι οποίες κάθε φορά αντανakλούν ένα σκοπό εννοιολογικό και ταυτόχρονα αισθητηριακό. Η εικόνα στην οθόνη του υπολογιστή παριστά μόνο το ένα μέρος της φύσης της. Η εσωτερική λογική με την οποία

κατασκευάστηκε δεν εμφανίζεται άμεσα αλλά μόνον όταν ένα στοιχείο της μετακινείται. Με τη λειτουργία του συρσίματος μπορεί να γίνεται μετακίνηση ενός στοιχείου της εικόνας, ενώ όλες οι υπονοούμενες ιδιότητες παραμένουν αμετάβλητες. Έτσι η εικόνα φαίνεται διαφορετική αλλά οι ιδιότητές της διατηρούνται. Η ανάγκη αξιολόγησης αυτής της διεργασίας μας αναγκάζει να φανερώσουμε τις σχέσεις που βρίσκονται κρυμμένες. Τέτοιες εικόνες μπορεί κανείς να τις παρατηρεί, αλλά προκειμένου να τις διαχειριστεί, πρέπει να κατανοήσει το εννοιολογικό τους περιεχόμενο.

1.18. Σημαντικά περιβάλλοντα μάθησης σε Η/Υ : Το περιβάλλον της γλώσσας προγραμματισμού LOGO

Η γλώσσα προγραμματισμού Logo αποτελείται από ένα μικρό σύνολο βασικών εντολών οι οποίες όταν χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό, μπορούν να βοηθήσουν στην κατασκευή μαθηματικών νοημάτων από τους μαθητές. Το περιβάλλον της Logo είναι ένα αλληλεπιδραστικό περιβάλλον που επιτρέπει στους μαθητές τη μετάβαση από την εργαλειακή χρήση των εντολών στο ξεκαθάρισμα των όψεων των διαδικασιών που χρησιμοποιούνται, στη σύνθεση νέων διαδικασιών, σε γενικεύσεις των διαδικασιών ή στην εξαγωγή προτύπων (Hoyles & Noss, 1987). Επιπλέον, οι ίδιοι ερευνητές αναφέρουν ότι το περιβάλλον Logo δίνει δυνατότητες στους μαθητές να εκφράζουν τη *διαισθητική* τους (intuitive) μη τυπική γνώση. Η μάθηση που κατασκευάζουν οι μαθητές στο περιβάλλον της Logo συνδέθηκε στενά με το πλαίσιο της γλώσσας και ως εκ τούτου χαρακτηρίστηκε ως *καταστασιακή γνώση* (situated knowledge). Επιπλέον, διατυπώθηκε η άποψη ότι στο περιβάλλον της Logo οι μαθητές μπορούν να πραγματοποιήσουν συνδέσεις της εικονικής με τη συμβολική γνώση (Noss & Hoyles, 1992).

Η γλώσσα Logo χρησιμοποιήθηκε στην ανάπτυξη πολλών περιβαλλόντων μάθησης. Ενδεικτικά αναφέρονται ορισμένα, όπως της Hilel (1992) για τη διερεύνηση της έννοιας της μεταβλητής στα Μαθηματικά, των Hoyles, Noss, and Sutherland (1991, ο. π. οι Hoyles & Noss, 1992) για τους λόγους και τις αναλογίες, του Edwards (1992) για τους βασικούς Ευκλείδειους μετασχηματισμούς (στροφή, συμμετρία και μεταφορά με περιορισμούς), και του Κυνηγού (1992) για θέματα καρτεσιανών συντεταγμένων, μετρήσεις μηκών και γωνιών, όπως και για την έννοια του κύκλου. Οι Hoyles και Noss ανεξάρτητα αλλά και σε συνδυασμό με άλλους ερευνητές χρησιμοποίησαν τη γλώσσα Logo σε πολλές πειραματικές έρευνες.

1.19. Σημαντικά περιβάλλοντα μάθησης σε Η/Υ : Οι μικρόκοσμοι

Η έννοια του μικρόκοσμου χρησιμοποιήθηκε αρχικά από τον Papert (1980) ο οποίος υποστήριξε ότι οι μικρόκοσμοι αποτελούν "μικρά πεδία Πιαζετιανών Μαθηματικών" (mini domains of Piazetian Mathematics). Σε αυτούς τους χώρους είναι δυνατός ο τυχαίος αναστοχασμός και η αφαίρεση η οποία οδηγεί στην ανάπτυξη νέων λογικομαθηματικών δομών. Ο όρος Πιαζετιανά Μαθηματικά χρησιμοποιήθηκε προκειμένου να δώσει έμφαση στον ενεργητικό και κατασκευαστικό χαρακτήρα των μαθηματικών, σε αντιπαράθεση με τα σχολικά Μαθηματικά. Ένας μικρόκοσμος αποτελεί ένα εννοιολογικό χώρο (Vergnaud, 1983, ό.π. η Hilel, 1992) ο οποίος αποτελείται από τις ακόλουθες αλληλοσυσχετιζόμενες ουσιαστικές δυνατότητες :

1) Ένα σύνολο από βασικά αντικείμενα, στοιχειώδεις λειτουργίες που μπορούν να επιδράσουν σε αυτά και κανόνες που εκφράζουν τους τρόπους με τους οποίους οι κανόνες επιδρούν σε αυτά τα αντικείμενα (Kramer, Hadas, & Herskowitz, 1986; Laborde & Strasser, 1990). Το σύνολο αυτό αποτελεί μια συνήθη δομή ενός τυπικού συστήματος από μια μαθηματική οπτική (Balacheff & Kaput, 1996).

2) Ένα φαινομενολογικό χώρο (interface) ο οποίος συνδέει αντικείμενα και ενέργειες των εννοιολογικών αντικειμένων με τα φαινόμενα στην οθόνη του υπολογιστή. Αυτό το φαινομενολογικό πεδίο (interface) καθορίζει τον τύπο της ανατροφοδότησης που ο μικρόκοσμος παρέχει, σε συνάρτηση με τις ενέργειες και τις αποφάσεις του χρήστη (Balacheff & Kaput, 1996).

Ο εννοιολογικός χώρος σύμφωνα με τον Vergnaud, (1983, ό.π. η Hilel, 1992) αποτελείται "από ένα εκτεταμένο σύνολο καταστάσεων για το χειρισμό διαφορετικών διασυνδεδεμένων εννοιών, διαδικασιών και αναπαραστάσεων."

Η δυνατότητα δημιουργίας νέων λειτουργιών από το συνδυασμό ήδη υπαρχόντων ενυπάρχει επίσης στον ορισμό του μικρόκοσμου. Από αυτή την άποψη ο μικρόκοσμος μπορεί να αναπτύσσεται παράλληλα με την ανάπτυξη της γνώσης του μαθητή (Hoyles, 1993, σελ.3). Ένας μικρόκοσμος παρέχει τη δυνατότητα στο μαθητή να διερευνά ταυτόχρονα τη δομή των αντικειμένων με τα οποία αλληλεπιδρά, τις σχέσεις τους και την αναπαράσταση από την οποία έχουν δημιουργηθεί (Hoyles, 1993). Τα αντικείμενα των μικρόκοσμων αποτελούν ενδιάμεσα αντικείμενα μεταξύ των συγκεκριμένων, άμεσα διαχειρίσιμων και των αφηρημένων συμβολικών αντικειμένων (Papert, 1987. ό.π. η Hoyles 1993). Στα περιβάλλοντα των μικροκόσμων μπορούν να συνδυαστούν οι δυνατότητες ανάπτυξης της εμπειρικής λογικής σκέψης με τις δυνατότητες ανάπτυξης της παραγωγικής

λογικής και αποτελούν περιοχές που υπόσχονται πολλά για το μέλλον (Balacheff & Kaput, 1996). Τα τελευταία χρόνια έχουν κατασκευαστεί αρκετοί μικρόκοσμοι που υποστηρίζουν μαθηματικές έννοιες. Ειδικότερα για τη γεωμετρία έχουν κατασκευαστεί μικρόκοσμοι από τους οποίους οι σημαντικότεροι αναφέρονται παρακάτω:

α) Το περιβάλλον *Cabri-geometry*

Το περιβάλλον *Cabri-geometry* (Laborde, 1990) χαρακτηρίζεται ως δυναμικό περιβάλλον. Η δυναμικότητα αναφέρεται στη *δυνατότητα εμφάνισης στην οθόνη του υπολογιστή μιας απειρίας ψηφιακών-γραφικών αναπαραστάσεων μιας γεωμετρικής κατασκευής που δημιουργείται από το συνδυασμό απλών στοιχειωδών κατασκευών που υπάρχουν στο περιβάλλον διεπαφής (interface) του μικρόκοσμου*. Η δυνατότητα αυτή του περιβάλλοντος συνίσταται στο ότι έχει υλοποιηθεί με υπολογιστικά εργαλεία λογισμικού το μοντέλο της έννοιας-σχήμα, το οποίο ο υπολογιστής αναγνωρίζει ως "αντικείμενο" (object) (Strasser & Carponi, 1991). Στο περιβάλλον *Cabri-geometry* κάθε ενέργεια του μαθητή συνοδεύεται από *ψηφιακή-γραφική ανατροφοδότηση*. Τα σχήματα που απεικονίζονται στην οθόνη του υπολογιστή είναι *διαχειρίσιμα άμεσα από το μαθητή* με χρήση του "συρσίματος", "drag mode". Έτσι ενώ το σχήμα μπορεί να μεταβάλλεται οι γεωμετρικές του ιδιότητες διατηρούνται. Το πρόγραμμα δίνει επίσης δυνατότητες εμπλουτισμού του με *επιπλέον εντολές - γεωμετρικές κατασκευές* (μακροκατασκευές) τις οποίες μπορεί να δημιουργεί ο χρήστης. Οι εντολές αυτές μπορούν να τοποθετούνται μόνιμα ως νέες δυνατότητες στο περιβάλλον διεπαφής του μικρόκοσμου. Για παράδειγμα μια μαθηματική γεωμετρική κατασκευή όπως η διάμεσος ή η τομή υψών ενός τριγώνου μπορεί να φυλάσσεται ως μια γενική διαδικασία η οποία είναι επαναλήψιμη σε άλλα σχήματα του ίδιου τύπου με τα αρχικά. Επιπλέον, *το ιστορικό της γεωμετρικής κατασκευής αποθηκεύεται βήμα προς βήμα* δίνοντας νέες δυνατότητες διαμεσολάβησης μεταξύ δασκαλού και μαθητή (Mariotti & Bussi, 1998).

Μικρόκοσμοι με αντίστοιχες δυνατότητες και φιλοσοφία σχεδιασμού με το *Cabri-geometry* έχουν κατασκευασθεί όπως πχ. το περιβάλλον *Geometric Supposer* (Schwartz & Yerushalmy, 1985) το περιβάλλον *Geometer's Sketch-pad* (Klotz & Jackiw, 1988) και το περιβάλλον *C.AR.ME* (Kordaki & Potari, 1998).